গণিতের
প্রাথমিক ধারণা

গণিতের প্রাথমিক ধারণা

আবদুল্লাহ আল হেলাল চৌধুরী
তৈমুর আহমেদ

প্রান্ত প্রকাশন

প্রথম প্রকাশ : বইমেলা ২০২৫

উৎসর্গ

আবদুল্লাহ আল হেলাল চৌধুরী

এই বইটি আমি উৎসর্গ করছি আমার প্রিয় পরিবারকে,
যাদের ভালোবাসা, অনুপ্রেরণা এবং অবিচল সমর্থন
আমাকে সবসময় এগিয়ে যেতে শক্তি জুগিয়েছে।
তোমাদের প্রতি আমার গভীর কৃতজ্ঞতা ও ভালোবাসা।

তৈমুর আহমেদ

"আমার শ্রদ্ধেয় মা [লিপি আক্তার]-এর প্রতি,
যিনি আমার জীবনের প্রথম শিক্ষক এবং প্রতিটি সাফল্যের মূল প্রেরণা।"

ভূমিকা

গণিত এমন একটি বিষয়, যা আমাদের দৈনন্দিন জীবনের প্রতিটি ক্ষেত্রে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। এটি কেবল পরীক্ষার জন্যই নয়, বরং চিন্তা-ভাবনা, বিশ্লেষণ এবং সমস্যার সমাধানের ক্ষমতা বিকাশে অপরিহার্য।

এই বইটি মূলত নবম-দশম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের জন্য তৈরি করা হয়েছে, যারা মাধ্যমিক স্তরের গণিতের ভিত্তি মজবুত করতে চায়। বইটিতে গণিতের বিভিন্ন শাখার সহজ ও ব্যাখ্যাযুক্ত সমাধান উপস্থাপন করা হয়েছে, যা শিক্ষার্থীদের পাঠ্যসূচি ও বাস্তব জীবনের প্রয়োজনে সহায়ক হবে।

বইটির প্রতিটি অধ্যায়ে উদাহরণ ও ব্যাখ্যা সুনির্দিষ্টভাবে উপস্থাপন করা হয়েছে, যাতে শিক্ষার্থীরা বিষয়গুলো সহজে বুঝতে পারে।

এই বইটি প্রকাশের ক্ষেত্রে প্রান্ত প্রকাশন-এর কর্ণধার মো. আমিনুর রহমান ভাইয়ের অবদান অনস্বীকার্য। উনার সহযোগিতা, দিকনির্দেশনা এবং মানসম্পন্ন কাজের প্রতি অঙ্গীকারই এই বইটি সফলভাবে সম্পন্ন করার পেছনে প্রধান চালিকাশক্তি।

আমরা বিশেষভাবে ধন্যবাদ জানাই প্রকাশনা সংস্থার পুরো দলকে, যারা অত্যন্ত যত্নসহকারে বইটির সম্পাদনা, মুদ্রণ এবং প্রকাশনার প্রতিটি ধাপে নিখুঁত মনোযোগ দিয়েছেন। তাদের প্রচেষ্টার ফলেই এই বইটি পাঠকদের হাতে তুলে দেওয়ার স্বপ্ন বাস্তবায়িত হয়েছে। আপনাদের প্রতি আমাদের আন্তরিক কৃতজ্ঞতা।

আমরা আশা করি এই বইটি পাঠকদের গণিতের প্রতি ভালোবাসা ও আত্মবিশ্বাস তৈরি করতে সহায়তা করবে এবং তাদের একাডেমিক জীবনের গুরুত্বপূর্ণ সঙ্গী হয়ে উঠবে।

পরিশেষে বলতে চাই, মানুষ ভুলের ঊর্ধ্বে নয়, তাই আমরাও ভুলের ঊর্ধ্বে নই। সুতরাং, যদি বইটি পড়ার সময় কোনো ভুলত্রুটি ধরা পড়ে বা কোনো পরামর্শ থাকলে আমাদের জানানোর জন্য অনুরোধ রইল। যা আমরা পরবর্তী মুদ্রণে সংশোধন করে প্রকাশ করার ব্যবস্থা করব।

লেখক
আবদুল্লাহ আল হেলাল চৌধুরী, তৈমুর আহমেদ
ডিসেম্বর, ২০২৪

কৃতজ্ঞতা স্বীকার

১. ষষ্ঠ থেকে দশম শ্রেণির বোর্ড বই।
২. ইন্টারনেট থেকে সংগৃহীত তথ্য।
৩. ইউটিউবের বিভিন্ন ভিডিও কনটেন্ট।

সূচিপত্র

প্রথম অধ্যায়
চলো সংখ্যা চিনি

আমরা প্রতিদিন যেসব সংখ্যা ব্যবহার করি, সেগুলো কেবল গণনা করার জন্যই নয়, বিভিন্ন ঘটনা বর্ণনা করার জন্যও ব্যবহৃত হয়। এই সংখ্যাকে আমরা দুটি বড় পরিবারে ভাগ করতে পারি: বাস্তব সংখ্যা এবং কাল্পনিক সংখ্যা। আজকে আমরা এই দুই পরিবারের কথা জানব এবং দেখব কীভাবে এই দুইয়ের মিশ্রণে জটিল সংখ্যা তৈরি হয়।

বাস্তব সংখ্যা

বাস্তব সংখ্যা হলো সেইসব সংখ্যা, যেগুলো আমরা সহজেই উপলব্ধি করতে পারি এবং দৈনন্দিন জীবনে ব্যবহার করি। যেমন– তোমার বয়স, তোমার বাড়ির ফ্ল্যাট নম্বর, তোমার বইয়ের পাতা, দোকানে যাওয়ার সময় দাম গুনতে, সবকিছুতেই আমরা বাস্তব সংখ্যা ব্যবহার করি।

বাস্তব সংখ্যার প্রকার:

■ **স্বাভাবিক সংখ্যা:** স্বাভাবিক সংখ্যা হলো সেইসব পূর্ণসংখ্যা যা গণনার কাজে বা ক্রম নির্দেশ করতে ব্যবহার করা হয়। স্বাভাবিক সংখ্যা মানুষের ব্যবহার করা সবচেয়ে আদিম সংখ্যা পদ্ধতিগুলোর একটি। মানুষ প্রতিদিনের গণনার কাজে এই সংখ্যাগুলো ব্যবহার করত। এই সংখ্যাগুলো কখনোই ঋণাত্মক হয় না বা ভগ্নাংশ হয় না।

স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে সাধারণত N দ্বারা প্রকাশ করা হয়। অর্থাৎ, $N = \{1, 2, 3, 4, ...\}$

■ **পূর্ণসংখ্যা :** পূর্ণসংখ্যা হলো এমন সব সংখ্যা, যেখানে কোনো ভগ্নাংশ বা দশমিক থাকে না। এগুলো হতে পারে ধনাত্মক, ঋণাত্মক অথবা শূন্য। যেমন, $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...$

পূর্ণসংখ্যার সেটকে সাধারণত Z দিয়ে প্রকাশ করা হয়। অর্থাৎ, $Z =\{...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3... \}$

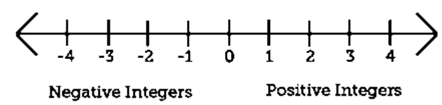
■ **মূলদ সংখ্যা:** মূলদ সংখ্যা হলো সেইসব সংখ্যা, যেগুলোকে দুটি পূর্ণসংখ্যার ভাগফল আকারে লেখা যায়। অর্থাৎ, যদি p এবং q দুটি পূর্ণসংখ্যা হয় (যেখানে q শূন্যের সমান নয়), তাহলে p/q আকারে লেখা যেকোনো সংখ্যাই একটি মূলদ সংখ্যা।

মূলদ সংখ্যার সমগ্র সেটকে সাধারণত Q দিয়ে প্রকাশ করা হয়। অর্থাৎ, $Q = \{p/q \mid p$ এবং q পূর্ণসংখ্যা, $q \neq 0\}$

■ অমূলদ সংখ্যা: অমূলদ সংখ্যা হলো সেইসব বাস্তব সংখ্যা, যেগুলোকে দুটি পূর্ণসংখ্যার ভাগফল আকারে লেখা যায় না। অর্থাৎ, p/q আকারে লেখা যায় না। এই সংখ্যাগুলোর দশমিক প্রসারণ অসীম এবং পুনরাবৃত্তিহীন হয়। অর্থাৎ, দশমিকের পরের অংশ কখনো শেষ হয় না এবং কোনো নির্দিষ্ট অংশের পুনরাবৃত্তি হয় না।

অমূলদ সংখ্যার উদাহরণ হলো, $\sqrt{2}$, π , e ইত্যাদি।

বাস্তব সংখ্যার সংখ্যারেখা:



কাল্পনিক সংখ্যা:

কাল্পনিক সংখ্যা শুনতে যত অদ্ভুত লাগুক না কেন, গণিতের বিশ্বে এর একটি গুরুত্বপূর্ণ অবস্থান রয়েছে।

আমরা যদি $x^2+1=0$ এই দ্বিঘাত সমীকরণটি সমাধান করার চেষ্টা করি, তাহলে কী আসে চলো দেখে নিই,

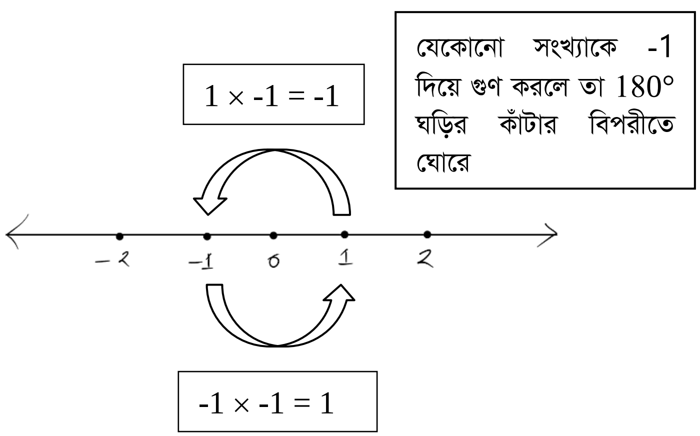
$x^2+1=0$

বা, $x^2 = -1$

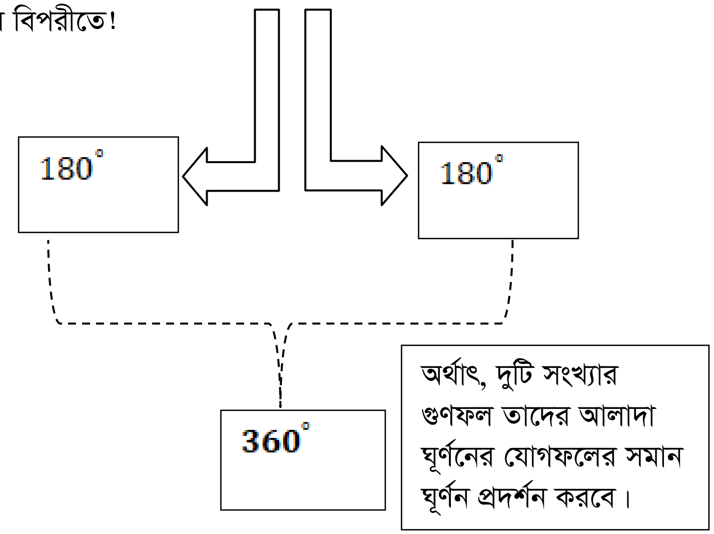
$\therefore x = \pm\sqrt{(-1)}$

তোমরা যদি ভালো করে লক্ষ করো, তাহলে দ্বিতীয় লাইনটার মধ্যেই গলদ দেখতে পাবে। কারণ কোনো সংখ্যার বর্গ নেগেটিভ আসতে পারে না। তাহলে আমরা যে $\sqrt{(-1)}$ পেলাম এর কি কোনো অস্তিত্ব বা সংখ্যারেখায় এর কি কোনো অবস্থান নেই? গণিতবিদরাও বহু বছর এটাকে গুরুত্ব দেয়নি, কিন্তু পরক্ষণেই এর গুরুত্ব অপরিসীম হয়ে দাঁড়াল! যেহেতু এটা বাস্তব সংখ্যার ধর্ম মানে না, সেহেতু এটাকে বাস্তব সংখ্যা বলা ভুল হবে, তাই এটা কাল্পনিক সংখ্যা এবং এই কাল্পনিক সংখ্যার অবস্থান অবশ্যই সংখ্যারেখায় বাস্তব অক্ষ বরাবর হবে না। তাহলে, কোথায় হবে চলো অনুভব করি!!!

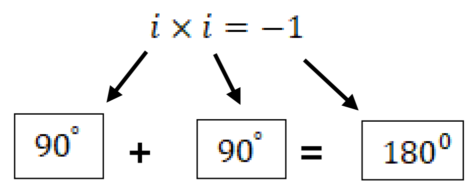
$\sqrt{(-1)}$ কে আমরা i দিয়ে প্রকাশ করি। অর্থাৎ, $i = \sqrt{(-1)}$ এই i কে কাল্পনিক একক বলা হয়। এই i দিয়েই কাল্পনিক সংখ্যা গঠিত হয়।



আবার, কোনো সংখ্যাকে $1\ (-1 \times -1)$ দিয়ে গুণ করলে পাব 360^0 ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে!



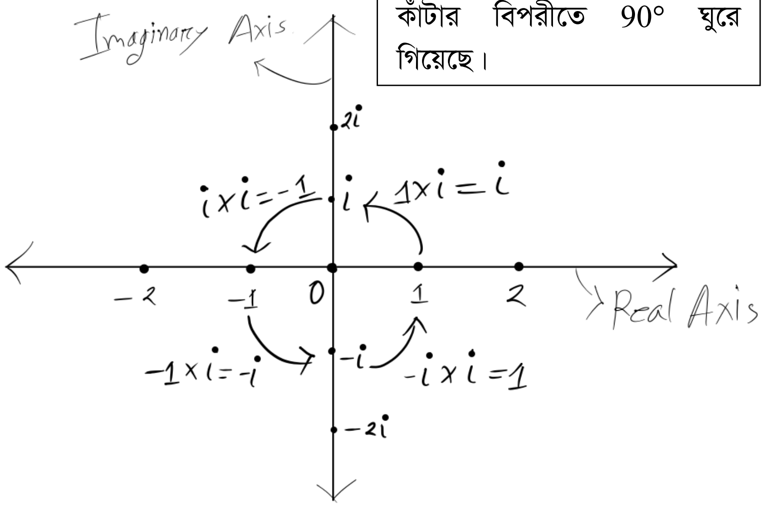
তোমরা অনেকেই অনুমান করে ফেলেছ যে, $i=\sqrt{(-1)}$ তাহলে 90° ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে ঘোরে; কারণ $i \times i = i^2 = -1$।



তাহলে, $i = \sqrt{(-1)}$ এমন একটি সংখ্যা, যাকে যেকোনো সংখ্যার সাথে গুণ করলে সে 90° ঘড়ির কাটার বিপরীতে ঘুরাবে!!!

চলো, কাল্পনিক সংখ্যার অবস্থান বের করি, সাথে নতুন কাল্পনিক অক্ষ আবিষ্কার করি; এবং সংখ্যাকে দ্বিমাত্রিক সিস্টেমে নিয়ে চলি।

যতবার i দিয়ে কোনো সংখ্যাকে গুণ করা হয়েছে, ততবারই ঘড়ির কাঁটার বিপরীতে 90° ঘুরে গিয়েছে।



আশাকরি, সবাই কাল্পনিক সংখ্যা অনুভব করেছ!

কাল্পনিক সংখ্যার উদাহরণ : $5i, -3i, \sqrt{-16} = 4i$

জটিল সংখ্যা:

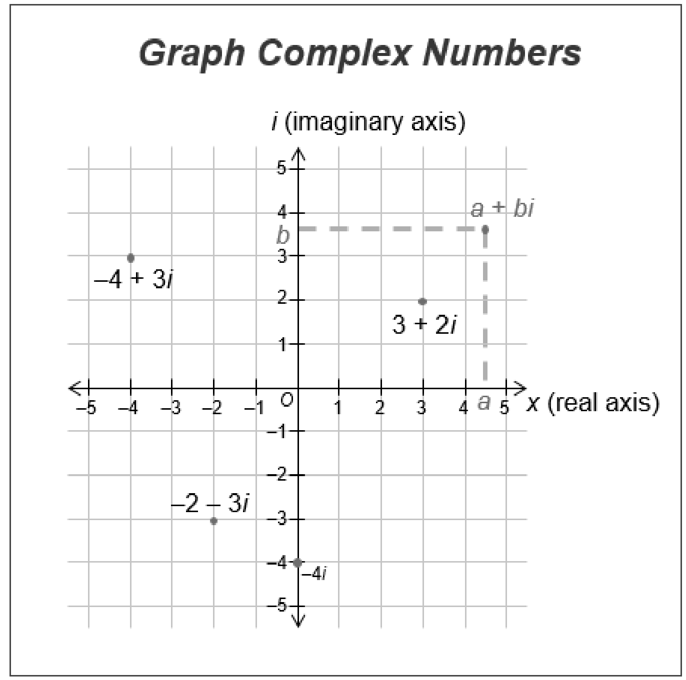
সংখ্যাগুলোকে আমরা 2টি পরিবারে ভাগ করলেও সকল সংখ্যাই প্রকৃতপক্ষে একটি ছাতার নিচে অবস্থান করছে। আর এই ছাতাটির নাম হলো জটিল সংখ্যা। জটিল সংখ্যা হলো বাস্তব এবং কাল্পনিক সংখ্যার একটি মিশ্রণ। একে সাধারণত $a + bi$ আকারে লেখা হয়, যেখানে a এবং b বাস্তব সংখ্যা এবং i হলো কাল্পনিক একক $(i=\sqrt{(-1)})$।

বাস্তব অংশ: a কে জটিল সংখ্যার বাস্তব অংশ বলা হয়।

কাল্পনিক অংশ: bi কে জটিল সংখ্যার কাল্পনিক অংশ বলা হয়।

জটিল সংখ্যার গ্রাফ:

জটিল সংখ্যাকে একটি দ্বিমাত্রিক সমতলে একটি বিন্দু হিসেবে প্রকাশ করা হয়। এই সমতলে x-অক্ষ বাস্তব অংশকে এবং y-অক্ষ কাল্পনিক অংশকে প্রকাশ করে।



আজকে আমরা সংখ্যার বিভিন্ন ধরন সম্পর্কে জানলাম। বাস্তব সংখ্যা আমাদের দৈনন্দিন জীবনের সাথে সরাসরি যুক্ত, আর কাল্পনিক সংখ্যা আধুনিক গণিত ও বিজ্ঞানের একটি গুরুত্বপূর্ণ অংশ। এই দুইয়ের মিশ্রণ হলো জটিল সংখ্যা। মনে রাখবে, গণিত একটি বিশাল সমুদ্র। আমরা এখন যেটুকু জানলাম, তা এই সমুদ্রের একটি ছোট্ট টুকরো মাত্র। তোমার যদি গণিতের প্রতি আগ্রহ থাকে, তাহলে তুমি আরো অনেক কিছু জানতে পারবে।